

**Рабочая программа факультативного курса  
«Избранные вопросы математики»**

**10-11 классы**

Факультативный курс «Избранные вопросы математики» для 10-11 классов является продолжением и расширением базового курса математики старшей школы, исходя из этого рабочая программа факультативного курса разработана на основе:

- программы по алгебре и началам математического анализа к учебному комплексу для 10-11 классов Ю.М. Колягина, М.В. Ткачевой, Н.Е. Федоровой, М.И. Шабунина (Сборник примерных рабочих программ. 10-11 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни/сост. Т.А. Бурмистрова. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2020. – 189с.);

- программы по геометрии к учебному комплексу для 10-11 классов Л.С. Атанасяна и др. (Сборник примерных рабочих программ. 10-11 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни/сост. Т.А. Бурмистрова. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2019. – 159с.);

Факультативный курс «Избранные вопросы математики» изучается за счет часов части, формируемой участниками образовательных отношений. На изучение курса «Избранные вопросы математики» в 10-11 классах отводится по 2 часа в неделю. Всего 136 часов.

Для реализации рабочей программы используются учебники:

- Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. **Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 классы:** учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни/ Ю.М.Колягин, М.В.Ткачева, Н.Е.Федорова, М.И. Шабунин – М.: Просвещение.
- Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. **Геометрия. 10-11 классы:** учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение.

## Планируемые результаты освоения учебного курса

Изучение курса «**Избранные вопросы математики**» в старшей школе даёт возможность достижения обучающимися следующих результатов:

### Личностные:

- 1) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки; критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- 2) готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- 3) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- 4) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- 5) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества;
- б) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

### Метапредметные:

- 1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- 2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- 3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- 4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- 5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее — ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;
- 6) владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- 7) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

### **Предметные:**

#### **10 класс**

#### **Алгебра и начала математического анализа**

##### ***Числа и выражения***

*Выпускник научится:*

- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа различными способами;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных и иррациональных выражений.

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя различные способы сравнений;
- записывать, сравнивать и округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- понимать причины и идеи расширения числовых множеств;
- иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;
- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;

##### ***Уравнения и неравенства***

*Выпускник научится:*

- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвертой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- решать основные типы показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств;

- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов;
- составлять уравнение, неравенства или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;

### **Функции**

*Выпускник научится:*

- владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием: логарифмическая функция; строить ее график и применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей, интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

*Выпускник получит возможность научиться:*

- владеть понятием асимптота, применять его при решении задач.

### **Текстовые задачи**

*Выпускник научится:*

- решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

### **Геометрия**

*Выпускник научится:*

- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения;
- уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе метода следов;
- уметь находить расстояние и угол между скрещивающимися прямыми;

- вычислять площади поверхности многогранников;
- вычислять площади боковой и полной поверхностей цилиндра и конуса;

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- сопоставлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- иметь представление о теореме Эйлера
- владеть понятием геометрических мест точек в пространстве и применять его при решении задач;

## 11 класс

### Алгебра и начала математического анализа

#### **Уравнения и неравенства**

*Выпускник научится:*

- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- составлять уравнение, неравенства или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;

#### **Функции**

*Выпускник научится:*

- владеть понятиями: тригонометрические функции; строить их графики и применять свойства тригонометрических функций при решении задач;

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т.п.

#### **Элементы математического анализа**

*Выпускник научится:*

- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- владеть понятиями: первообразная, определенный интеграл;
- применять формулу Ньютона-Лейбница и её следствия для решения задач.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
- применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;

#### **Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика**

*Выпускник научится:*

- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин, о математическом ожидании и дисперсии случайных величин, о корреляции случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать метода подходящего представления и обработки данных.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов и применять их при решении задач;
- владеть понятиями: конечные счетные множества, счетные множества, применять их при решении задач;
- применять метод математической индукции;
- применять принцип Дирихле при решении задач.

### ***Текстовые задачи***

*Выпускник научится:*

- решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

### **Геометрия**

*Выпускник научится:*

- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения;
- вычислять площади боковой и полной поверхностей цилиндра и конуса;
- вычислять объемы многогранников и тел вращения;
- вычислять площадь поверхности сферы и объем шара;

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- сопоставлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- иметь представления о конических сечениях;
- применять теоремы об отношении объемов при решении задач;
- уметь применять формулы объемов при решении задач.

### ***Векторы и координаты в пространстве***

*Выпускник научится:*

- владеть понятиями векторов и их координат;
- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
- применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
- применять векторы и метод координат при решении задач.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат;
- задавать прямую в пространстве;
- применять при решении задач метод координат.

## **Содержание факультативного курса**

### **10 класс**

#### ***Элементы теории множеств и математической логики***

Промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости.

### ***Числа и выражения***

Понятие предела числовой последовательности. Тождественные преобразования выражений, включающих степени и корни. Число  $e$ . Простейшие преобразования выражений, включающих логарифмы. Радианная мера угла. Котангенс произвольного угла.

### ***Уравнения и неравенства***

Несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства. Метод интервалов. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Уравнения, системы уравнений с параметром.

### ***Функции***

Сложные функции. Функция  $y = \text{ctg} x$ . Арккосинус, арксинус, арктангенс числа, арккотангенс числа. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Преобразования графиков функций: сдвиги вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, симметрия относительно координатных осей и начала координат. Графики взаимно обратных функций.

### ***Геометрия***

Понятие об аксиоматическом методе. Построение сечений многогранников методом следов. Теорема Менелая для тетраэдра.

Геометрические места точек в пространстве. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.

Трехгранный и многогранный углы.

Виды многогранников. Правильные многогранники. Параллелепипед и его свойства. Наклонная призма. Виды пирамид. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

## **11 класс**

### ***Элементы математического анализа***

Производная частного двух функций. Вторая производная, её геометрический и физический смысл. Построение графиков функции с помощью производных. Применение производной при решении задач.

Первообразная. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.

### ***Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика***

Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Решение задач с применением дерева вероятностей. Дискретные случайные величины и их распределения. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины. Среднее квадратичное отклонение. Понятие о нормальном распределении. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). Представление о законе больших чисел. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе. Совместные наблюдения двух случайных величин. Понятие о корреляции.

### ***Геометрия***

Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус). Усеченная пирамида и усеченный конус.

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. Комбинации многогранников и тел вращения.

Объемы многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

### ***Векторы и координаты в пространстве***

Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Скалярное произведение. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объемов.

Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.

## **Тематическое планирование 10 класс**

<b>Содержание материала</b>	<b>Количество часов</b>
<b>Глава I. Степень с действительным показателем</b>	<b>6</b>
1. Арифметический корень $n$ -ой степени и его свойства	1
2. Упрощение выражений, содержащих корень $n$ -ой степени	2
3. Свойства степени с рациональным и действительным показателями	1
4. Упрощение выражений, содержащих степень	2
<b>Глава II. Степенная функция</b>	<b>5</b>
1. Построение графиков степенной функции	1
2. Взаимно обратные функции. Сложная функция	1
3. Доказательство равносильности уравнений и неравенств	1
4. Решение иррациональных уравнений	2
<b>Глава III. Параллельность прямых и плоскостей</b>	<b>5</b>
1. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве	1
2. Вычисление углов между прямыми	2
3. Тетраэдр и параллелепипед	1
4. Построение сечений тетраэдра и параллелепипеда	1
<b>Глава IV. Показательная функция</b>	<b>7</b>
1. Построение графиков показательных функций	1
2. Решение показательных уравнений	2
3. Решение показательных неравенств	2
4. Решение систем показательных уравнений и неравенств	2
<b>Глава V. Логарифмическая функция</b>	<b>8</b>
1. Вычисление логарифмов	1
2. Применение свойств логарифмов и формулы перехода к новому основанию логарифма	2
3. Построение графиков логарифмической функции	1
4. Решение логарифмических уравнений	2
5. Решение логарифмических неравенств	2
<b>Глава VI. Перпендикулярность прямых и плоскостей</b>	<b>5</b>
1. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве	1
2. Применение теоремы о трех перпендикулярах	1
3. Вычисление углов между прямой и плоскостью	2
4. Вычисление двугранных углов	1
<b>Глава VII. Тригонометрические формулы</b>	<b>13</b>
1. Числовая окружность	1
2. Числовая окружность на координатной плоскости	1



3. Понятие синуса, косинуса и тангенса угла	1
4. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла	1
5. Преобразование выражений, используя тригонометрические тождества	1
6. Формулы сложения	1
7. Синус, косинус и тангенс двойного угла и половинного угла	1
8. Применение формул приведения	1
9. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов	1
10. Преобразование тригонометрических выражений	4
<b>Глава VIII. Тригонометрические уравнения</b>	<b>12</b>
1. Решение уравнений вида $\cos x = a$	2
2. Решение уравнений вида $\sin x = a$	2
3. Решение уравнений вида $\operatorname{tg} x = a$ , $\operatorname{ctg} x = a$	2
4. Решение тригонометрических уравнений	2
5. Решение тригонометрических уравнений методом замены неизвестного	2
6. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители.	2
<b>Глава IX. Многогранники</b>	<b>5</b>
1. Призма. Решение задач	2
2. Пирамида. Правильная пирамида. Решение задач	2
3. Правильные многогранники	1
<b>Итоговое повторение</b>	<b>2</b>

### 11 класс

Содержание материала	Количество часов
<b>Глава I. Тригонометрические функции</b>	<b>7</b>
1. Нахождение области определения и множества значений тригонометрических функций.	1
2. Исследование тригонометрических функций на четность и периодичность	1
3. Свойства функции $y = \cos x$ и ее график	1
4. Свойства функции $y = \sin x$ и ее график	1
5. Свойства и графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$	1
6. Обратные тригонометрические функции	2
<b>Глава II. Цилиндр, конус, шар</b>	<b>6</b>
1. Цилиндр. Вычисление площади поверхности	2
2. Конус. Вычисление площади поверхности	2
3. Сфера и шар. Вычисление площади поверхности	2
<b>Глава III. Производная и ее геометрический смысл</b>	<b>11</b>
1. Вычисление предела последовательности	1
2. Определение производной	1
3. Применение правил дифференцирования	3
4. Вычисление производных	3
5. Геометрический и физический смысл производной	3
<b>Глава IV. Применение производной к исследованию функций</b>	<b>9</b>
1. Исследование функций на возрастание и убывание	2
2. Исследование функций на экстремумы	2

3. Нахождение наибольших и наименьших значений функции	3
4. Применение производной к построению графиков функций	2
<b>Глава V. Объемы тел</b>	<b>6</b>
1. Вычисление объемов прямой призмы и цилиндра	2
2. Вычисление объема наклонной призмы	1
3. Вычисление объемов конуса и пирамиды	2
4. Вычисление объема шара, шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора	1
<b>Глава VI. Первообразная и интеграл</b>	<b>7</b>
1. Таблица первообразных	2
2. Вычисление первообразных	2
3. Вычисление определенных интегралов	2
4. Нахождение площади криволинейной трапеции	1
<b>Глава VII. Векторы в пространстве</b>	<b>3</b>
1. Действия над векторами	1
2. Решение задач по теме «Векторы в пространстве»	2
<b>Глава VIII. Комбинаторика</b>	<b>4</b>
1. Вычисление размещений с повторениями	1
2. Вычисление перестановок	1
3. Вычисление размещений без повторений	1
4. Вычисление сочетаний без повторений	1
<b>Глава IX. Элементы теории вероятностей</b>	<b>4</b>
1. Нахождение вероятности событий	1
2. Решение задач с помощью графов	2
3. Вероятность произведения независимых событий	1
<b>Глава X. Метод координат в пространстве. Движения</b>	<b>4</b>
1. Решение простейших задач в координатах	1
2. Нахождение углов между векторами	1
3. Вычисление скалярного произведения векторов	1
4. Симметрия и параллельный перенос	1
<b>Итоговое повторение</b>	<b>7</b>